

## 1 Biot-Savart

Das Magnetfeld  $\vec{B}$  am Ort  $\vec{r}$  eines stromdurchflossenen Leiters ergibt sich zu

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'. \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet  $\vec{j}$  die Stromdichte am Ort  $\vec{r}'$  und  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante.

## 2 Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} \quad (2)$$

## 3 Die vier Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \vec{E} \quad (4)$$

## 4 Wellengleichung

Im Vakuum gilt  $\rho = 0$  und  $\vec{j} = 0$ , damit wird aus den Maxwellgleichungen:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \quad (7)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{E}. \quad (8)$$

Wir beginnen damit, auf Gleichung (7) erneut die Rotation anzuwenden:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times (-\partial_t \vec{B}). \quad (9)$$

Nach dem Satz von Schwartz lassen sich die partiellen Ableitungen vertauschen:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\partial_t (\nabla \times \vec{B}). \quad (10)$$

Wir setzen auf der rechten Seite Gleichung (6) ein:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{E}. \quad (11)$$

Aus der linken Seite wird mit

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad (12)$$

und Ausnutzen von Gleichung (5):

$$-\Delta \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \partial_t^2 \vec{E}. \quad (13)$$

Dies ist die Wellengleichung für das elektrische Feld, in der sich die Lichtgeschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (14)$$

identifizieren lässt. Damit können wir

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E} = 0 \quad (15)$$

schreiben.

## 5 Wellengleichung

Ebene Welle:

$$\nabla^2 A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

Eine Lösung:

$$A = A_0 \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)) \quad (17)$$

Gruppen- und Phasengeschwindigkeit:

$$v_{\text{Gr.}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad v_{\text{Ph.}} = \frac{\omega}{k} \quad (18)$$

## 6 Multipolentwicklung

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q}{r} + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}}{r^3} + \frac{1}{2} \sum_{k,l} Q_{kl} \frac{r_k r_l}{r^5} + \dots \right) \quad (19)$$

$$Q_{kl} = \sum_{i=1}^n q_i (3r_{ik} r_{il} - r_i^2 \delta_{kl})$$

## 7 Jacobi-Matrix

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (20)$$

## 8 Harmonischer Oszillator

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (21)$$

Reelle Lösung:

$$x(t) = e^{-\gamma t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (22)$$

mit

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \quad (23)$$